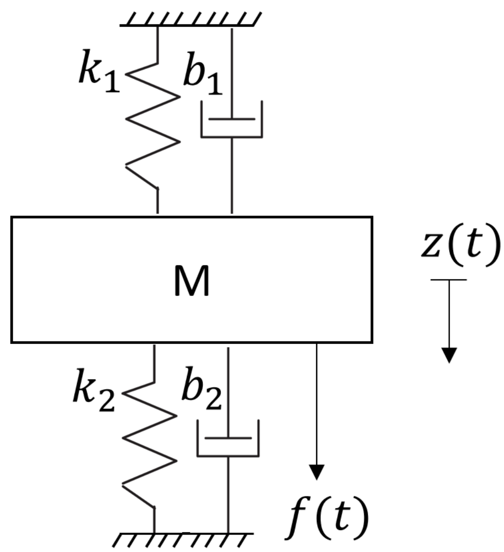
Controle de Sistemas Mecânicos – Prova 2 – 08/07/2019

Instruções: (a) a prova é individual; (b) material permitido: lápis, caneta, borracha e calculadora; (c) indique com clareza e organização todos os desenvolvimentos; (d) a duração da prova é de 2h30min.

Nome: ______________________________

Matrícula: ______________________________

Para as questões abaixo considere o sistema linear mecânico de translação abaixo:



onde $z(t)$ é o grau de liberdade que descreve o deslocamento da massa,

$$k_1 = k_2 = 1.5 \text{ N/m}, b_1 = b_2 = 0.05 \text{ N.s/m}, M = 10 \text{ kg},$$

e $f(t)$ é uma fonte de esforço (força, em Newtons) que atua no sistema.

1. (15 pontos) Obtenha sua representação no espaço de estados, onde a saída é $y(t) = z(t)$ e defina seu tempo de acomodação e sobressinal através da análise da resposta de um sistema de segunda ordem;

2. (15 pontos) Projete um sistema regulador através da realimentação dos estados $u(t) = -\boldsymbol{Kx}(t)$ (defina seu próprio requisito em termos de pólos complexo-conjugados dominantes);

3. (15 pontos) Projete um servossistema com adição de um integrador no ramo direto de malha aberta, para os mesmos requisitos de 2.;

4. (15 pontos) Para o sistema regulador em 2., projete um observador de estado de modo que a dinâmica dominante seja a especificada. Prove a estabilidade do regulador/observador.

Para a resolução das questões, utilize o método de alocação de pólos de sua preferência (substituição direta, forma canônica controlável ou fórmula de Ackermann).

Boa prova!

Formulário

- Modelo descrito no espaço de estados: $\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = A\boldsymbol{x}(t) + B\boldsymbol{u}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = C\boldsymbol{x}(t) + D\boldsymbol{u}(t) \end{cases}$
- Pólos do sistema (autovalores da matriz A): $|sI - A| = 0$
- Tempo de acomodação (critério de 5%) e máximo sobressinal: $t_s = \dfrac{4}{\zeta\omega_n}, M_p = \exp\left[-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi\right]$
- Matriz de controlabilidade e observabilidade

$$W_c = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix}, W_o = \begin{bmatrix} C & CA & CA^2 & \ldots & CA^{n-1} \end{bmatrix}^\mathsf{T} \tag{1}$$

- Alocação de pólos pela fórmula de Ackermann: $\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} W_c^{-1}\phi(A)$ onde

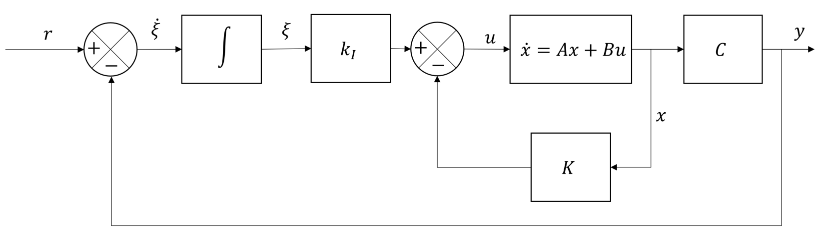
$$\phi(A) = A^n + \alpha_1 A^{n-1} + \alpha_2 A^{n-2} + \cdots + \alpha_{n-1}A + \alpha_n I \tag{2}$$

$$\alpha(\boldsymbol{\mu}) = (s-\mu_1)(s-\mu_2)\cdots(s-\mu_n) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \alpha_2 s^{n-2} + \ldots + \alpha_{n-1}s + \alpha_n \tag{3}$$

- Alocação de pólos pela fórmula de controlável. Seja $\dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \cdots + b_{n-1}s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n}$, o vetor de ganhos é obtido através de $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{K}_c T^{-1} = \begin{bmatrix} \alpha_n - a_n & \alpha_{n-1} - a_{n-1} & \ldots & \alpha_1 - a_1 \end{bmatrix} T^{-1}$ onde

$$T = W_c M = \begin{bmatrix} B \\ AB \\ A^2B \\ \cdots \\ A^{n-1}B \end{bmatrix}^\mathsf{T} \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \cdots & a_1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

- Servossistema com integrador no ramo de malha aberta:



Verificar se o posto da matriz $M_c = \begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix}$ é igual a $n+1$ e, caso afirmativo, obter $\hat{\boldsymbol{K}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{K} & -k_I \end{bmatrix}$ para a alocação de pólos das matrizes $\hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$.

- Equação do estimador de estados de ordem completa: $\dot{\hat{\boldsymbol{x}}} = A\hat{\boldsymbol{x}} + Bu + \boldsymbol{K}_e(y - C\hat{\boldsymbol{x}})$; e sua dinâmica de erro: $\dot{\boldsymbol{e}} = [A - K_e C]\,\boldsymbol{e}$.
- Função de transferência do regulador/observador: $G_c(s) = \dfrac{U(s)}{-Y(s)} = \boldsymbol{K}\left[sI - A + \boldsymbol{K}_e C + B\boldsymbol{K}\right]^{-1}\boldsymbol{K}_e$.

(Para uso exclusivo do professor)

Question:	1	2	3	4	Total
Points:	15	15	15	15	60
Score:					