ENG1719 Controle de Sistemas – Prova 1 – 18/04/2022.

Nome:
Matrícula:

**Instruções:**

- A prova é **estritamente individual**. Qualquer violação a esta premissa implicará na anulação da prova (nota zero);
- A **consulta** a qualquer material é vedada – atenha-se ao formulário da prova e à documentação do MATLAB;
- Escreva nome e matrícula em todas as páginas de resolução, que devem ser numeradas.

**Boa prova!**

1. (1/2) Esta questão é analítica, ou seja, deve ser realizada sem auxílio do computador.

   Considere um oscilador sem amortecimento com rigidez $k$ e massa $M$ sujeito a uma força $f(t)$, sob a premissa de medir-se a posição $x(t)$. Obtenha os seguintes itens:

   (a) Defina a função de transferência do sistema: $\dfrac{X(s)}{F(s)}$;

   (b) Obtenha $\zeta, \omega_n$ em função de $k, M$ para o sistema em malha aberta;

   (c) Esboce o lugar das raízes com $G_c(s) = K$. No gráfico utilize os parâmetros $k, M$ para definir a localização dos pólos/zeros;

   (d) Delimite, no LR obtido no item anterior, a região de projeto factível para os pólos dominantes dados por requisitos de $t_{s_{2\%}}$ e $\zeta$. Justifique a necessidade da adição de um compensador para atendê-los;

   (e) Qual o efeito da adição de um compensador PD, ou seja,

   $$G_c^{\mathrm{PD}}(s) = K_p + K_d s = K(T_1 s + 1),$$

   no lugar das raízes do sistema compensado? Esboce o lugar das raízes com $G_c^{\mathrm{PD}}$;

   (f) Analise se é possível ou não atender aos requisitos de projeto no item (d) utilizando o LR de $G_c^{\mathrm{PD}}$ obtido em (e). Justifique sua resposta utilizando seus resultados.

2. (1/2) Esta questão é analítica (modelagem) e numérica (desenvolvimentos de projeto) e deve ser realizada com auxílio do computador.

   Considere um motor elétrico de corrente contínua. Na modelagem, para fins de projeto, trabalhe com as seguintes premissas

   - A relação entre tensão elétrica e torque eletromagnético é estática e é dada por $\tau_m = k_\tau e_{in}$;
     (ou seja, a dinâmica do circuito de acionamento é consideravelmente mais rápida que a do subsistema mecânico)
   - O rotor possui momento de inércia $J$ e atrito viscoso linear de rolamento $b$;
   - O objetivo é analisar e controlar a posição angular do rotor $\theta$.

(a) Obtenha a função de transferência $\dfrac{\Theta(s)}{E_{in}(s)}$;
(saída: posição angular do rotor; entrada: tensão elétrica)

(b) Projete um controlador PID que melhore as respostas transientes/em regime, como:
- RT: $t_{s_{2\%}} \leq 1$ s e $\zeta$ entre 0.7 e 0.9,
- RP: de modo que $e_\infty = 0$ para entradas do tipo rampa,

**IMPORTANTE:** forneça os valores de $K_p, K_i, K_d$ obtidos no seu projeto;

(c) Para o seu projeto, simule a resposta a entradas do tipo degrau e rampa e compare com os requisitos que estabeleceu usando o MATLAB. Mostre a resposta no computador ao professor antes de entregar a prova;

(d) Analise se seus requisitos foram atendidos e justifique caso afirmativo/negativo.

Obs.: Para o projeto, forneça seu memorial de cálculo e deixe em evidência qual é o $G_c(s)$ do seu projeto (deixe claro qual é o cálculo realizado, com as devidas justificativas, e o resultado numérico). Soluções sem detalhes e justificativas não serão aceitas.

Para os seus desenvolvimentos, utilize

- $J = 3.7 \times 10^{-3}$ kg . m$^2$;
- $b = 4.6 \times 10^{-2}$ N . m . s ;
- $k_\tau = 4.33 \times 10^{-2}$ N . m / V.

---

**Passo-a-passo para esboçar o lugar das raízes** $G_c(s) = K$:

1. Localizar os pólos/zeros em MA no plano complexo;
2. Determinar o LR no eixo real através da condição de fase: $\underline{/G(s)H(s)} = \pm 180°(2k+1), k = 0, 1, 2, \ldots$
3. Determinar as assíntotas do LR;

$$\text{Interseção no eixo real} = -\frac{\sum p_j - \sum z_i}{n-m}, \text{Ângulo das assíntotas} = \frac{\pm 180°(2k+1)}{n-m}$$

4. Encontrar os pontos de partida e chegada do eixo real: $\dfrac{dK}{ds} = 0$;
5. Determinar os ângulos de partida/chegada de pólos/zeros complexos: $\alpha = 180° - \sum \theta_i + \sum \phi_j$, onde
   - $\alpha$: ângulo de partida (chegada) de um pólo (em um zero)
   - $\theta_i$: ângulos dos vetores dos outros pólos (zeros) ao pólo (zero) em questão
   - $\phi_j$: ângulos dos vetores dos zeros (pólos) ao pólo (zero) em quesão
6. Encontrar os pontos do LR em $j\omega$: $s = j\omega$;
7. Caso necessário, teste alguns pontos na vizinhança da origem, é a região mais importante do LR.

---

**Passo-a-passo para projeto através do lugar das raízes:**

Seja o compensador $G_c(s) = \underbrace{K\frac{s+z_1}{s+p_1}}_{\text{avanço}} \overbrace{\frac{s+z_2}{s+p_2}}^{\text{atraso}}$:

1. Definir os requisitos de projeto em termos de resposta (i) transiente e em (ii) regime permanente;

2. Calcular a deficiência de fase a ser adicionada de modo que o LR contenha $s_r$;

$$\begin{aligned} \angle G_c(s_r)G(s_r)H(s_r) &= \pm 180^\circ(2k+1), k = 0, 1, 2, \ldots \\ \phi + \angle G(s_r)H(s_r) &= \pm 180^\circ(2k+1), k = 0, 1, 2, \ldots \end{aligned} \tag{1}$$

3. Defina os pólos e zeros que corrijam a fase necessária: $\angle G_c(s_r) = \phi$;

4. Determine o ganho $K$ através da condição de módulo: $|G_c(s_r)G(s_r)H(s_r)| = 1$;

5. Atraso de fase para ajuste de $K_v$ (se aplicável):

   - Defina o acréscimo a ser feito na constante de erro de velocidade : $\dfrac{z_2}{p_2} = \dfrac{K_{vd}p_1}{KK_v z_1}$;
   - Aloque $z_2, p_2$ de modo que o LR não se altere significativamente e satisfaça o requisito de $K_{vd}$;

$$\begin{cases} -5^\circ < \angle (s_r+z_2)/(s_r+p_2) < 0, \\ |(s_r+z_2)(s_r+p_2)| \approx 1. \end{cases} \tag{2}$$

6. Verifique o projeto através do LR compensado, pólos e zeros de malha fechada e simulação.

Obs.: Para o caso do controlador PID, $G_c^{\text{PID}}(s) = K_p + \dfrac{K_i}{s} + K_d s$, é possível realizar o projeto por correção de fase ao considerar-se o controlador com arquitetura equivalente a $G_c^{\text{PID}}(s) = \dfrac{K(T_1 s+1)(T_2 s+1)}{s}$ e proceder com:

- Definição dos requisitos em RT. O requisito de RP se dá através do no. de integradores;
- Cálculo de deficiência de fase para o requisito de RT e $G(s)/s$;
- Corrigir a fase necessária calculada no item anterior através da definição de $T_1, T_2$;
- Definir $K$ através da condição de módulo.

---

**Análise da resposta de sistemas de segunda ordem:**

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}; s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$t_{s_{2\%}} = \frac{4}{\sigma}, M_p = \exp\left[-\pi\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right]$$