



Aluno(a): _____

Matrícula: _____

Prova 1

Departamento de Engenharia Mecânica
ENG1718 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos
Prof. Dr. Helon Vicente Hultmann Ayala

10/05/2019

Instruções:

- A prova é estritamente individual;
- Material permitido: lápis, caneta e borracha;
- Indique com clareza e organização **todos** os desenvolvimentos;
- A duração da prova é de 1h40min.

Boa prova!

Exercício 1.

2 P.

Prove que a representação de um sistema dinâmico linear em espaço de estados

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= A\mathbf{x} + Bu \\ y &= C\mathbf{x} + Du\end{aligned}\tag{1}$$

é equivalente à função de transferência

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1}B + D\tag{2}$$

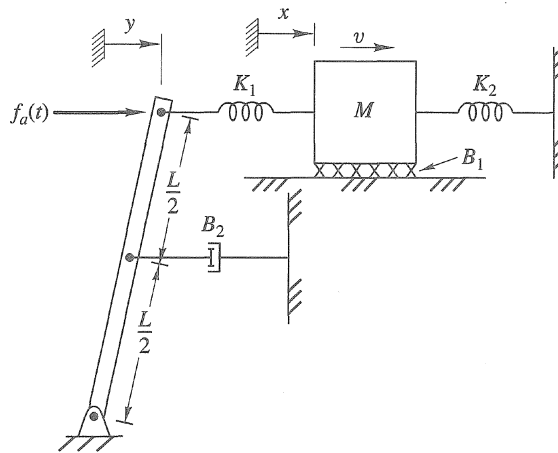
Exercício 2.

2 P.

O sistema mecânico abaixo possui

- uma alavanca ideal, de massa e momento de inércia desprezíveis;
- uma massa concentrada M ;
- molas K_1, K_2 , amortecedor B_2 e atrito viscoso entre M e a superfície B_1 , todos lineares;
- uma força $f_a(t)$, aplicada na extremidade no sentido horizontal.

O deslocamento angular da alavanca, a partir da posição vertical, é considerado pequeno. Assim, os deslocamentos na extremidade e no centro podem ser considerados horizontais.



Encontre:

1. O modelo em espaço de estados linear como em (1), onde a saída é y (deslocamento na extremidade da alavanca).

2. A função de transferência $\frac{Y(s)}{F_a(s)}$.

Seja

$$\frac{Y(s)}{F_a(s)} = \frac{b_0s^2 + b_1s + b_2}{s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3} \quad (3)$$

preencha abaixo os valores de a_i, b_j :

$$b_0 =$$

$$a_1 =$$

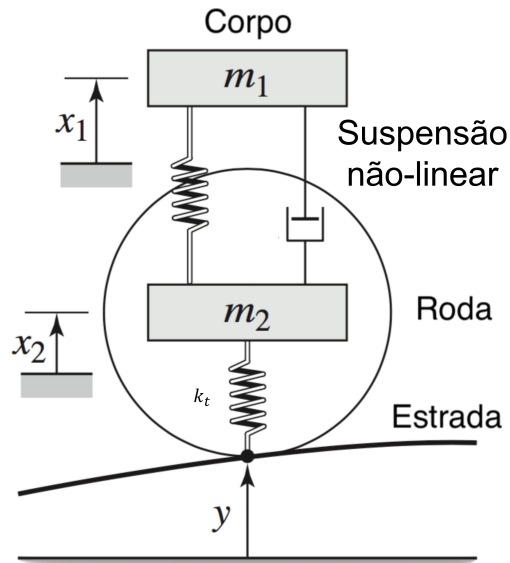
$$b_1 =$$

$$a_2 =$$

$$b_2 =$$

$$a_3 =$$

Seja o sistema *quarter-car* abaixo:



Os elementos da suspensão não-linear possuem as seguintes características:

- A força da mola segue a lei $f_s = Kx_d^3$,
- A força do amortecedor segue a lei $f_d = B\dot{x}_d^3$,

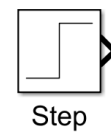
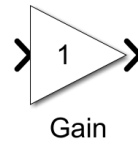
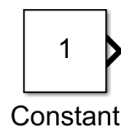
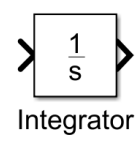
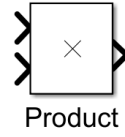
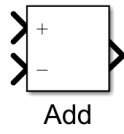
onde x_d, \dot{x}_d são a posição e a velocidade relativas dos elementos da suspensão. Resolva as seguintes questões:

1. Obtenha o modelo em espaço de estados não-linear no formato

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, u) \quad (4)$$

Considere o efeito da força gravitacional para fins de modelagem.

2. Esboce a implementação no *Simulink* do modelo obtido em (4), considerando uma entrada degrau. Utilize **apenas** os blocos abaixo, quantas vezes forem necessárias:



Os blocos *Add* e *Product* podem ter o seu número de entradas adaptado se requerido.