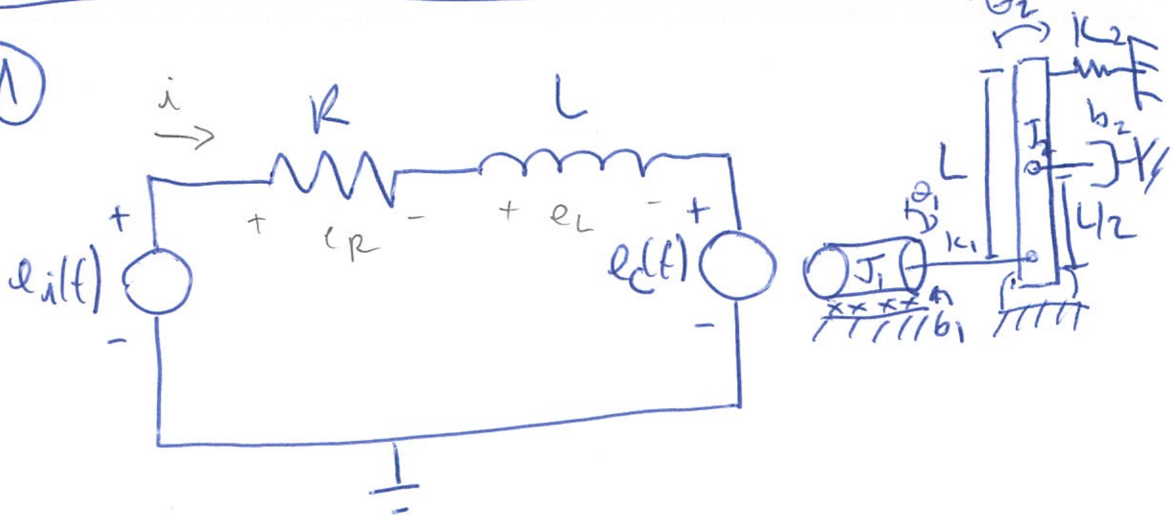
PROVA 2 - MSD 2019.2

(1)



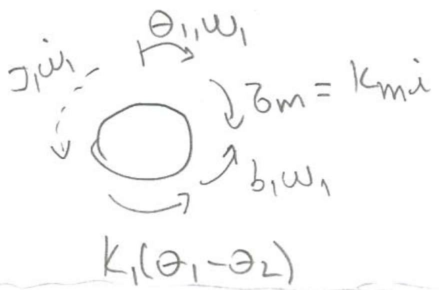
Análise do circuito:

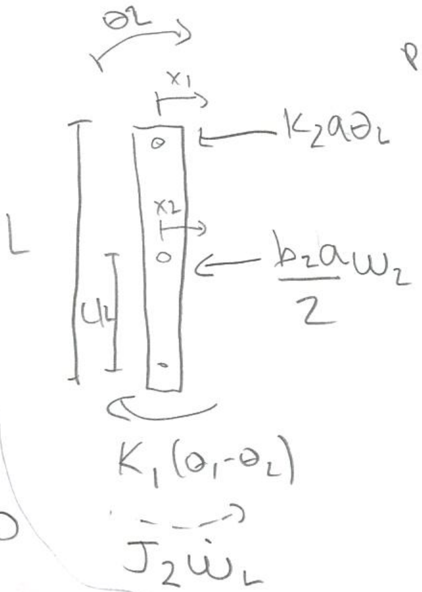
$$e_R + e_L + e_C - e_i = 0$$

$$R.i + L\frac{di}{dt} + K_c\omega_1 - e_i = 0$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i - \frac{K_c}{L}\omega_1 + \frac{1}{L}e_i \quad //$$

DCL's





p/ θ_2 "pequenos":

$$\begin{cases} x_1 = a\theta_2 \\ x_2 = \frac{a}{2}\theta_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{a}{2}\omega_2 \end{cases}$$

J_1 $\sum_i \tau_i = 0$

$$K_m i - b_1\omega_1 - K_1(\theta_1-\theta_2) - J_1\dot{\omega}_1 = 0$$

$$\dot{\omega}_1 = \frac{K_m i}{J_1} - \frac{K_1}{J_1}\theta_1 + \frac{K_1}{J_1}\theta_2 - \frac{b_1}{J_1}\omega_1 \quad //$$

J_2

$$-K_2 a\theta_2 . a - \frac{b_2 a\omega_2}{2}\frac{a}{2} + K_1(\theta_1-\theta_2) - J_2\dot{\omega}_2 = 0$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{K_1}{J_1}\theta_1 - \frac{(K_1 + K_2 a^2)}{J_2}\theta_2 - \frac{b_2 a^2}{4J_2}\omega_2$$

ESTADOS

$$x = \begin{bmatrix} i \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$

ENTRADAS

$$u = [e_i]$$

MODELO NO EE.:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

LOGO:

$$\begin{bmatrix} di/dt \\ \omega_1 \\ \omega_2 \\ \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} i & \theta_1 & \theta_2 & \omega_1 & \omega_2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} -R/L & 0 & 0 & -K_c/L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ K_m/J_1 & -K_1/J_1 & K_1/J_1 & -b_1/J_1 & 0 \\ 0 & K_1/J_1 & \frac{-(K_1+K_2a^2)}{J_2} & 0 & \frac{-b_2a^2}{4J_2} \end{bmatrix} \end{array}}_{A} \begin{bmatrix} i \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{array}{c} e_i \\ \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{array}}_{B} [e_i]$$

LOGO TEMOS AS MATRIZES A, B NO E.E.:

$$A = \begin{bmatrix} -R/L & 0 & 0 & -K_c/L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ K_m/J_1 & -K_1/J_1 & K_1/J_1 & -b_1/J_1 & 0 \\ 0 & K_1/J_1 & \frac{-(K_1+K_2a^2)}{J_2} & 0 & \frac{-b_2a^2}{4J_2} \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

QUESTÃO 2:

PARA ESTE MODELO TEMOS UM SUBSISTEMA MECÂNICO E HIDRAÚLICO.

PARA ESTE ÚLTIMO, USAMOS A TAXA DE VARIAÇÃO DA PRESSÃO EM UM VC E A EQ. DE VAZÃO EM UM ORIFÍCIO:

$$\dot{P} = \frac{\beta}{V}(Q_{in} - \dot{V}) \quad ; \quad Q = C_d A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}|P_1 - P_2|}$$

VC 1:

VAZÃO

$$Q_1 = C_d h x_1 \sqrt{\frac{2}{\rho}\Delta P_1}$$

$$\Delta P_1 = \begin{cases} P_S - P_1 , & x_1 > 0 \\ P_1 - P_S , & x_1 < 0 \\ 0 , & x_1 = 0 \end{cases} \quad \text{I}$$

VAR PRESSÃO

$$V_1 = V_0 + (T - x_2) \cdot A_1$$

$$\dot{V}_1 = -\dot{x}_2 A_1$$

$$\therefore \dot{P}_1 = \frac{\beta}{V_0 + (T - x_2)A_1}(Q_1 + A_1\dot{x}_2)$$

VC 2:

$$Q_2 = -C_d h x_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \Delta P_2}$$

$$\Delta P_2 = \begin{cases} P_2 - P_r , & x_1 > 0 \\ P_S - P_2 , & x_1 < 0 \\ 0 , & x_1 = 0 \end{cases} \quad \text{II}$$

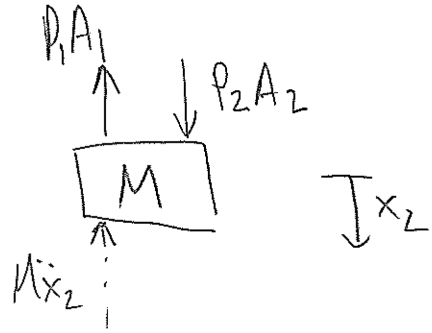
$$V_2 = V_0 + x_2 A_1$$

$$\dot{V}_2 = \dot{x}_2 A_1$$

$$\dot{P}_2 = \frac{\beta}{V_0 + A_1 x_2}(Q_2 - A_1 \dot{x}_2)$$

//

O SUBSISTEMA MECÂNICO É MODELADO ABAIXO



$$P_2A_2 - P_1A_1 - M\ddot{x}_2 = 0$$

$$\ddot{x}_2 = -\frac{A_1}{M}P_1 + \frac{A_2}{M}P_2$$

Logo o modelo pode ser descrito no espaço de estados não-linear:

$$\dot{z} = f(z, u)$$

onde

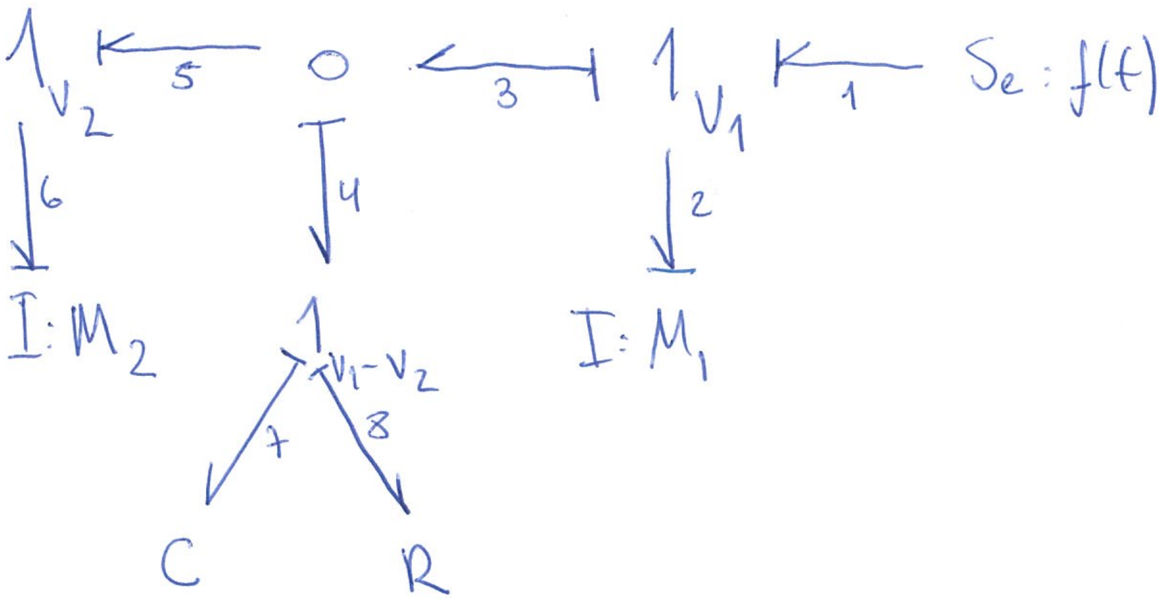
$$z = \begin{bmatrix} x_2 \\ \dot{x}_2 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} ; \quad u = [x_1]$$

e temos

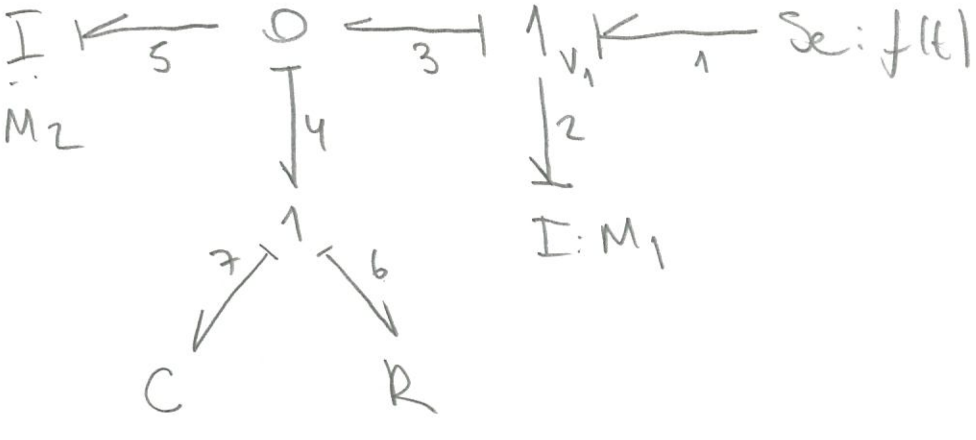
$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \ddot{x}_2 \\ \dot{P}_1 \\ \dot{P}_2 \end{bmatrix} = f(z, u) = \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ -\frac{A_1}{M}P_1 + \frac{A_2}{M}P_2 \\ \frac{\beta}{V_0 + (T - x_2)A_1}(Q_1 + A_1\dot{x}_2) \\ \frac{\beta}{V_0 + A_1x_2}(Q_2 - A_1\dot{x}_2) \end{bmatrix}$$

, onde Q_1, Q_2 de acordo com I, II

Exercício 3:



PODE-SE RESUMIR O GL ACIMA NAS LIGAÇÕES 5 E 6:



LOGO TEMOS A SEGUINTE LISTA PARA O E.E.:

ESTADOS

$$x = \begin{bmatrix} p_2 \\ p_5 \\ q_7 \end{bmatrix}$$

ENTRADAS

$$u = \begin{bmatrix} e_1 \end{bmatrix}$$

SAÍDAS

$$y = \begin{bmatrix} x_1 - x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_7 \end{bmatrix}$$

EQUAÇÕES DE ESTADO:

(1) $\dot{p}_2 = e_2 = e_1 - e_3 = e_1 - e_4 = e_1 - e_7 - e_8$

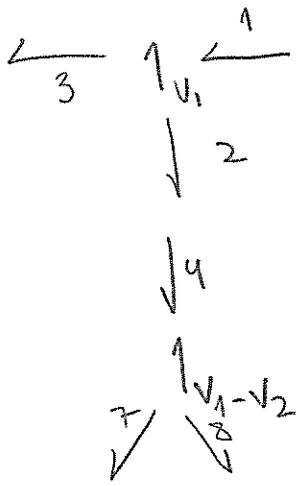
$= e_1 - Kq_7 - B\left(\frac{p_2}{M_1} - \frac{p_5}{M_2}\right)$

$\dot{p}_5 = e_5 = e_4 = e_7 + e_8 = Kq_7 + B\left(\frac{p_2}{M_1} - \frac{p_5}{M_2}\right)$

$\dot{q}_7 = f_7 = f_4 = f_2 - f_5 = \frac{p_2}{M_1} - \frac{p_5}{M_2}$

EQUAÇÕES AUXILIARES:

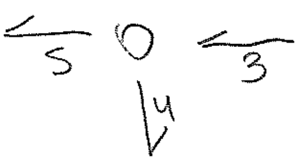
JUNÇÕES 0,1:



$e_1 = e_2 + e_3$

$e_2 = e_1 - e_3$

$e_4 = e_7 + e_8$



$f_3 = f_4 + f_5$

$f_4 = f_3 - f_5$

$= f_2 - f_5$

LEI DOS EL.

$e_7 = Kq_7$

$e_8 = Bf_8$

$= Bf_4$

$= B(f_2 - f_5)$

$f_2 = \frac{p_2}{M_1}$

$f_5 = \frac{p_5}{M_2}$

(6)

O MODELO NO ESPAÇO DE ESTADOS É DADO POR:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_2 \\ \dot{p}_5 \\ \dot{q}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B/M_1 & B/M_2 & -K \\ B/M_1 & -B/M_2 & K \\ 1/M_1 & -1/M_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ p_5 \\ q_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} q_7 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} p_2 & p_5 & q_7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} p_2 \\ p_5 \\ q_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \end{bmatrix}$$

LOGO AS MATRIZES DESEJADAS SÃO:

$$A = \begin{bmatrix} -B/M_1 & B/M_2 & -K \\ B/M_1 & -B/M_2 & K \\ 1/M_1 & -1/M_2 & 0 \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T ; \quad D = 0$$